

Расчет параметров ударной волны аналитическим путем производится с помощью решения уравнений законов сохранения массы, импульса и энергии. Уравнения записываются таким образом, что фронт неподвижен, а газ движется на него с некоторой скоростью. Газ считается идеальным, течение одномерным, а процессы, протекавшие в нём, адиабатическими.

$$\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2$$

$$P_1 + \rho_1 u_1^2 = P_2 + \rho_2 u_2^2$$

$$H_1 + \frac{1}{2} u_1^2 = H_2 + \frac{1}{2} u_2^2$$

Эти формулы представляют собой законы сохранения массы, импульса и энергии соответственно.

Решения этих уравнений возможны только в виде отношений давлений, температур, плотностей и скоростей газа на фронте ударной волны.

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{2kM_1^2 - (k-1)}{k+1} \quad (1)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(k+1)M_1^2}{(k-1)M_1^2 + 2} \quad (2)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\left(kM_1^2 - \frac{k-1}{2}\right)\left(\frac{k-1}{2}M_1^2 + 1\right)}{\left(\frac{k+1}{2}\right)^2 M_1^2} \quad (3)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\frac{k-1}{k+1} + \frac{P_2}{P_1}}{\left(\frac{k-1}{k+1}\right)\frac{P_2}{P_1} + 1} = \frac{u_1}{u_2} \quad (4)$$

Последнее выражение служит для определения отношений параметров газа на фронте ударной волны и известно, как уравнение Ренкина-Гюгонио.

По аналогии, решая уравнение (1) относительно P_5/P_2 , для отраженной ударной волны можно написать

$$\frac{P_5}{P_2} = \frac{\frac{k+1}{k-1} + 2 - \frac{P_1}{P_2}}{1 + \frac{k+1P_1}{k-1P_2}} \quad (5)$$

С помощью выражения для отношения плотностей ρ_5/ρ_2 по аналогии с формулой (4) получаем

$$\frac{T_5}{T_2} = \frac{P_5}{P_2} \left(\frac{\frac{k+1}{k-1} + \frac{P_5}{P_2}}{1 + \frac{k+1}{k-1} \frac{P_5}{P_2}} \right) \quad (6)$$

Формулы (5) и (6) дают возможность определить состояние газа за отраженной ударной волной, если известно отношение давлений P_2/P_1 на фронте падающей волны, которое можно определить по формуле (1).

Число Маха для отраженной ударной волны можно определить как

$$M_R = \frac{W_R + v_2}{a_2} \quad (7)$$